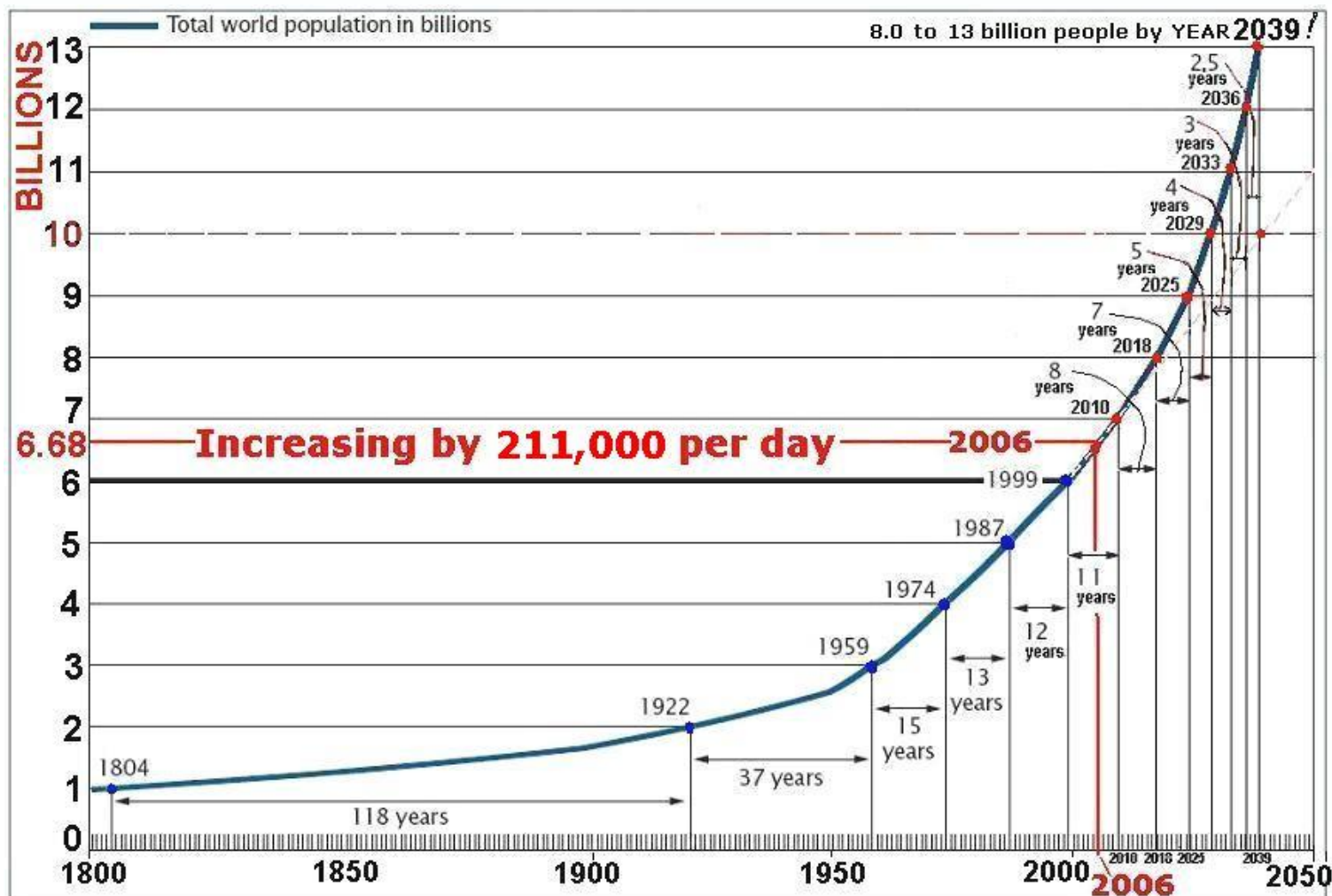


Diferencijalne jednačbe i rast populacije

- Svjetska populacija:

http://en.wikipedia.org/wiki/World_population

<http://matrixgreescape.files.wordpress.com/2009/07/worldpopulation.jpg>



Eksponencijalni rast

Diferencijalne jednačbe i rast populacije

- Vremenski kontinuirani eksponencijalni rast
 - ✓ Promjene uzrokuju samo stope nataliteta i mortaliteta.
 - ✓ Zanimareni utjecaji poput borbe za hranu, emigracije, imigracije itd.
 - ✓ Vremenski ovisan broj jedinki $P(t)$.
 - ✓ Brzina promjene (derivacija) populacije proporcionalna je broju jedinki

$$\frac{dP(t)}{dt} \sim P(t)$$

- ✓ Faktor proporcionalnosti (stopa rasta, r)

$$\frac{dP(t)}{dt} = rP(t)$$

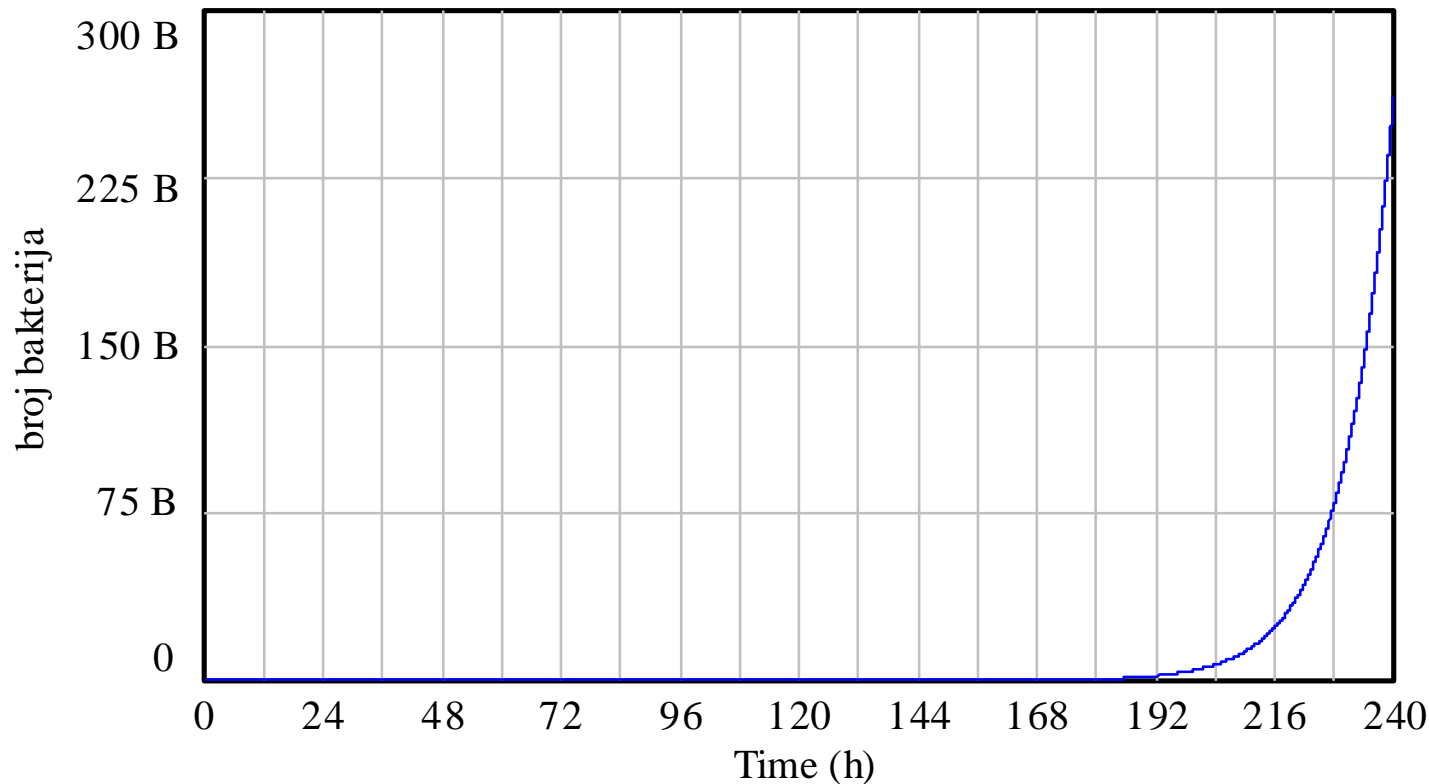
Rast populacije bakterija

V19. Prikažite ovisnost populacije od 10 bakterija tijekom 10 dana ako se populacija poveća za 10% u sat vremena.

RJ: Diferencijalna jednačina

$$\frac{dP(t)}{dt} = rP(t)$$

$$r = 0.1 \text{ h}^{-1}$$



$$T = 10^{12}$$

$$B = 10^9$$

$$M = 10^6$$

Zadatak za vježbu

V20. Prikažite ovisnost populacije od 1000 B (bakterija) tijekom 2 h (sata) ako je promjena opisana diferencijalnom jednačinom

$$\frac{dP}{dt} = a \cdot P^2 + b \cdot P + c$$

gdje su

$$a = -0.0003 \frac{1}{B \cdot h}$$

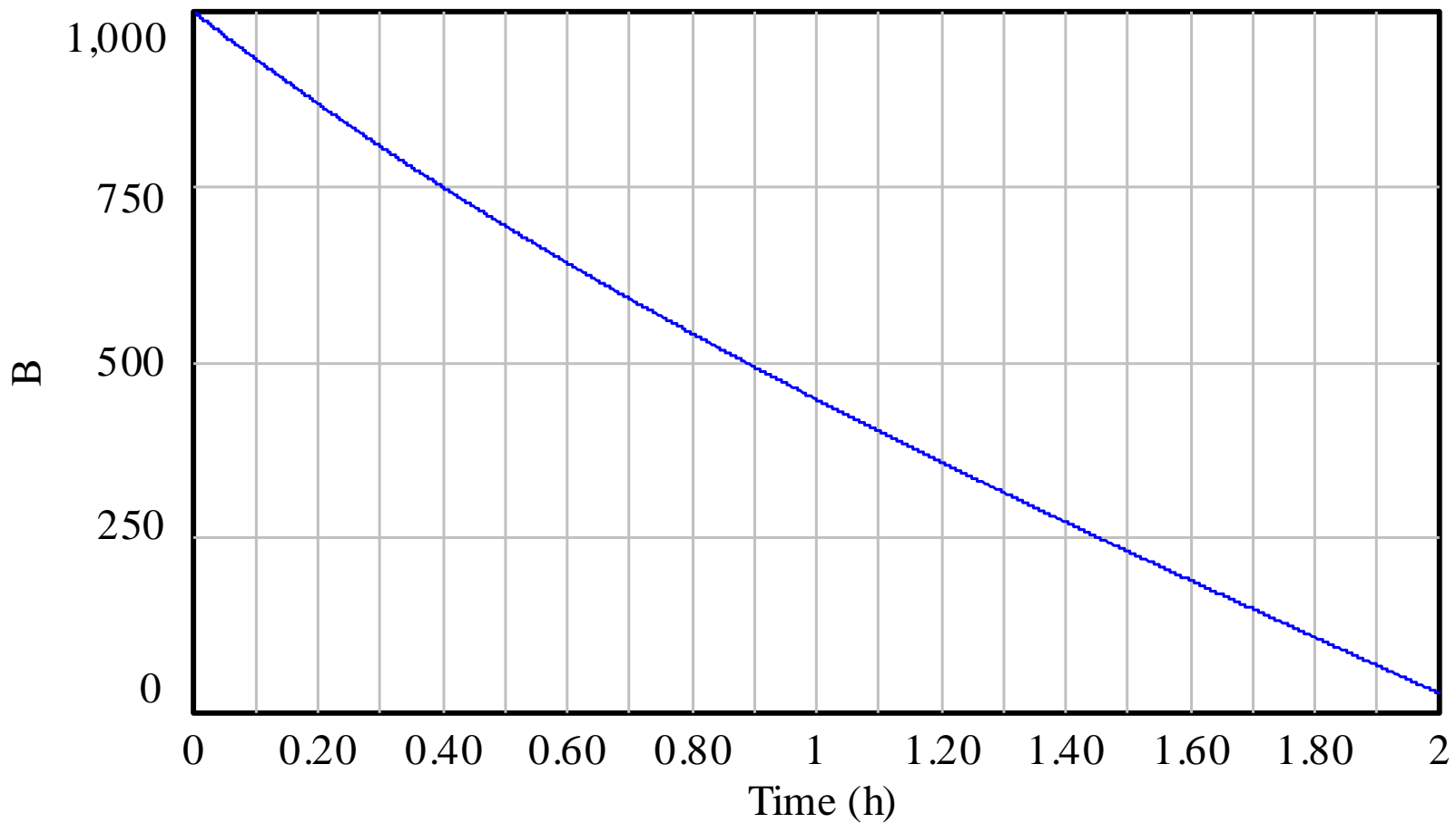
$$b = 0.005 \frac{1}{h}$$

$$c = -400 \frac{B}{h}$$

Obratite pozornost na utjecaj vremenskog koraka na rezultate.

Prikaz populacije bakterija tijekom 2 sata:

P



P : Current

Zadatak za vježbu

V21. Prikažite ovisnost populacije od 10000 BJ (br. jedinki) tijekom 2 h (sata) ako je promjena populacije opisana diferencijalnom jednačinom

$$\frac{dP}{dt} = a \cdot P^2 + b \cdot P + c$$

gdje su

$$a = -0.01 \frac{1}{\text{BJ} \cdot \text{h}}$$

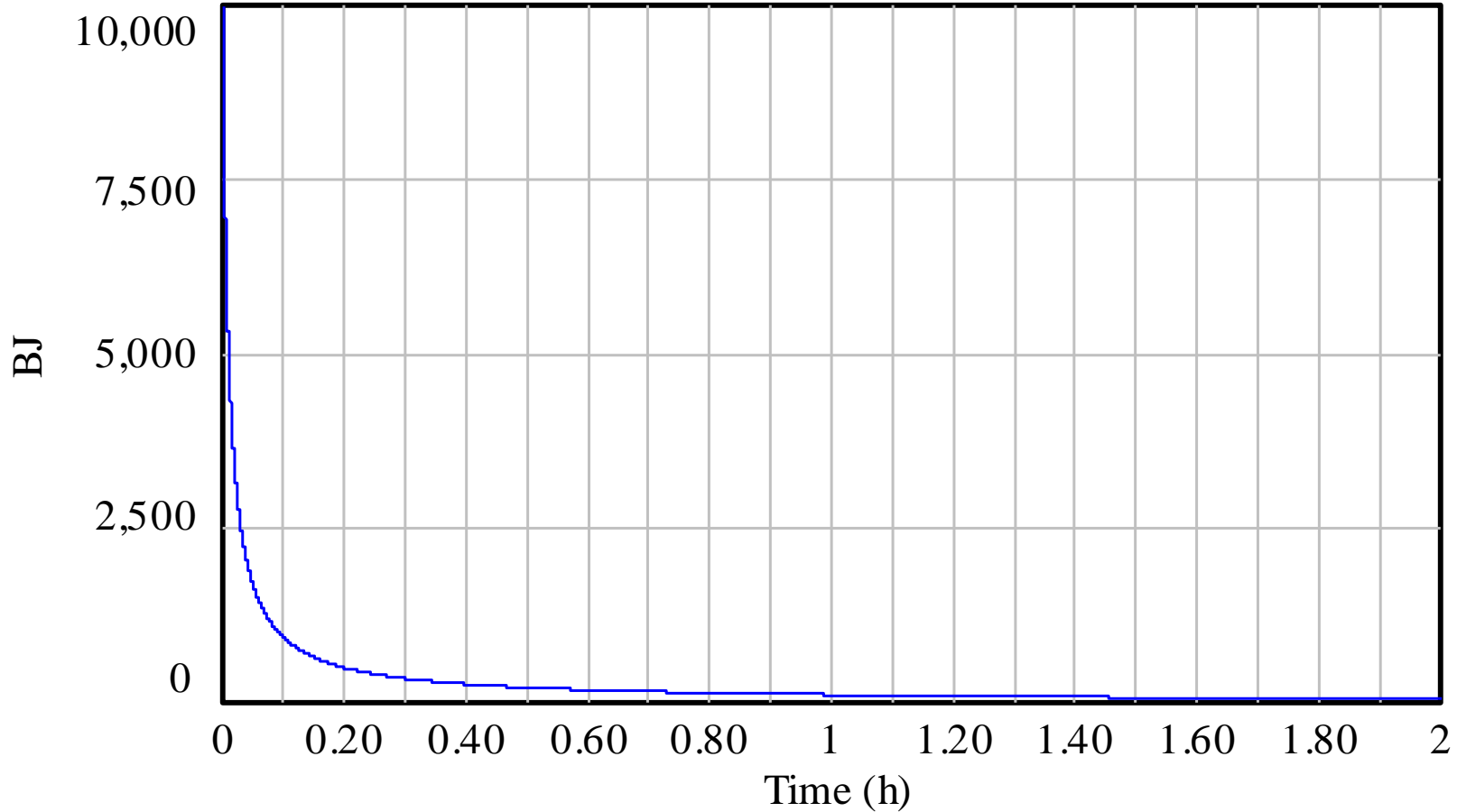
$$b = 0.5 \frac{1}{\text{h}}$$

$$c = -40 \frac{\text{BJ}}{\text{h}}$$

Obratite pozornost na utjecaj vremenskog koraka na rezultate.

Prikaz populacije bakterija tijekom 2 sata:

P



P : Current 

Zadatak za vježbu

V22. Proširite prethodni zadatak $\frac{dP}{dt} = a \cdot P^2 + b \cdot P + c$

$$a = -0.01 \frac{1}{\text{BJ} \cdot \text{h}}$$

$$b = 0.5 \frac{1}{\text{h}}$$

$$c = -40 \frac{\text{BJ}}{\text{h}}$$

smanjujući a 100 puta i dodajući populaciju druge vrste bakterija P_2 koje se hrane s onima iz prethodnog zadatka te čiji rast ovisi o populaciji iz prethodnog zadatka.

Stope rasta druge populacije i eliminiranja prve odaberite proizvoljno i komentirajte njihove utjecaje na populacije.

Obratite pozornost na utjecaj vremenskog koraka na rezultate.

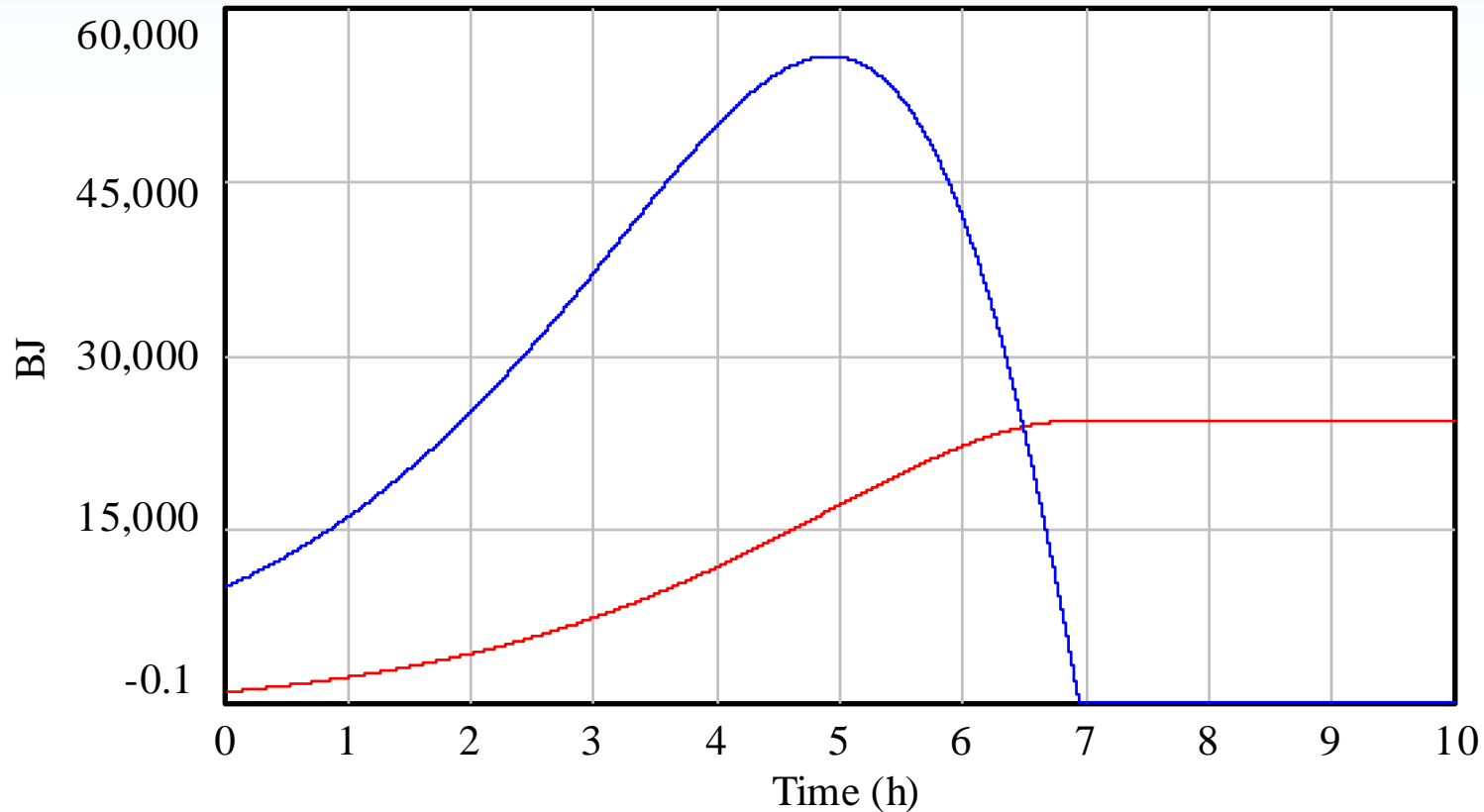
Prikaz populacija za proizvoljno napisane relacije:

$a = -0.0001$ /BJ/h; $b = 0.5$ /h; $c = -40$ BJ/h; $r = 0.1$ /h

$dP/dt = \text{IF THEN ELSE } (P > 0, a * P^2 * P^2 + b * P + c, 0);$

$dP2/dt = r * P; \quad P2(0) = 1000 \text{ BJ}; \quad P(0) = 10000 \text{ BJ}$

Selected Variables



P : Current 

P2 : Current 